

Kutatási témák
Elméleti matematika témacsoport (Révész Szilárd)
algebra, analízis, matematikai fizika

Téma címe: Polinomok L_q normájának alsó becslése a komplex síkon

Témavezető: Révész Szilárd

Legyen K a \mathbb{C} komplex sík kompakt részhalma, és jelölje $D := \{z : |z| \leq 1\}$ a zárt egységkör-lapot, valamint $I := [-1, 1]$ az egység intervallumot. Bernstein és Markov felső becsléseket adó klasszikus tételeinek megfordításaként 1939-ben Turán Pál kezdeményezte polinomok deriváltjainak alsó becslését. A keresett alsó becslések tehát $\|p'\| \geq c_n \|p\|$ alakúak. Turán feltette, hogy a nevezett n -edfokú p polinom gyökei a K halmazon belül helyezkednek el: jelölje ezeknek a polinomoknak a halmazát $P_n(K)$. Keresendő tehát az $M_n, \|\cdot\|(K) := \inf \{ \|p'\| / \|p\| : p \in P_n(K) \}$ ún. „inverz Markov faktor”.

Turán igazolta, hogy ha $K=D$, és a maximum normát vesszük, akkor $M_n, \|\cdot\|(D) = n/2$, és ha $K=I$, akkor $\sqrt{n}/6 \leq M_n, \|\cdot\|(I) \leq \sqrt{n}$. Erőd János még abban az évben kiszámította a maximum normával minden fokszámra $M_n, \|\cdot\|(I)$ pontos értékét, és a komplex sík általánosabb tartományaira is kiterjesztette ezeket a vizsgálatokat. Megmutatta, hogy konvex tartományok egy széles osztályára fennállnak $\|p'\| \geq c_n \|p\|$ alakú becslések. Ő kezdeményezte annak tisztázását is, hogy vajon mely konvex tartományokra állhat fenn hasonló egyenlőtlenség minden $p \in P_n(K)$ -ra?

Tetszőleges kompakt, konvex halmazokra az első eredmény Levenberg és Poletsky 2002-es tétele, mely szerint a maximum normával $M_n, \|\cdot\|(K) \geq c(K) \sqrt{n}$ mindig teljesül. Ez az intervallumra ténylegesen is a helyes nagyságrend, meglepő módon azonban belső ponttal rendelkező kompakt, konvex halmazokra mindig a (Bernstein tételből adódó) elképzelhető maximális nagyságrend teljesül.

Tétel (Halász-Révész): Ha K kompakt, konvex tartomány, akkor $c(K) n \leq M_n, \|\cdot\|(K) \leq C(K) n$.

Ez a tétel sok geometriát használ, és a konstansok pontosabb meghatározásához további síkgeometriai tételek, pl. a Blaschke féle guruló kör tételek (illetve annak kiterjesztése) szükségesek.

Már Turán említést tett más, pl. L_q normákról: D -re nézve a bizonyítások és az eredmények szó szerint érvényesek maradnak. I -re sokkal nehezebb a helyzet: ezt Zhou

oldotta meg. Általános konvex tartományokra pedig 2016-ig semmi eredmény nem volt ismert az L_q norma esetére. Ez érthető, hogy maximum norma esetén elegendő egyetlen jól megválasztott pontban – t.i. ahol $\|p\|=|p(z)|$ – alulról becsülni $|p'(z)|$ nagyságát, míg integrál norma esetén ezt nagyjából minden pontra egyszerre meg kell kapjuk. Ez magyarázza, hogy olyan geometriai fogalmak, mint a síkhalmaz átmérője, minimális szélessége, mélysége, külső szögei stb. kulcsszerepet játszanak a kérdés kezelésében.

A jelölt feladata a téma irodalmának feldolgozása és kutatómunka végzése a témavezető irányítása mellett. A kutatás célja, hogy minél többféle konvex tartományra tisztázzuk $M_n, \|\cdot\|_q(K)$ nagyságrendjét.

A téma kidolgozásához szükséges előismeretek: komplex függvénytan, síkgeometria, approximációelmélet, valós függvénytan, angol nyelvtudás.

Irodalom:

1. Szőkefalvi-Nagy Béla, Komplex függvénytan, Egységes jegyzet, 1978.
2. P. Turán, Über die Ableitung von Polynomen, Comp. Math., 7 (1939), 89-95.
3. Erőd János, Bizonyos polinomok maximumának alsó korlátjáról, Mat. Fiz. Lapok 46 (1939), 58-82.
4. N. Levenberg and E. Poletsky, Reverse Markov inequalities, Ann. Acad. Fenn., 27 (2002), 173-182.
5. Sz. Gy. Révész, Turán type reverse Markov inequalities for compact convex sets, J. Approx. Theory, 141 (2) (2006), 162-173.
6. Sz. Gy. Révész, On a paper of Erőd and Turán-Markov inequalities for non-flat convex domains, East J. Approx., 12 (4) (2006), 451-467.

Leibniz-algebrák deformációi

Témavezető: Fialowski Alice

A Leibniz-algebrák a Lie-algebrák egy általánosítása, amelyekben a Jacobi-egyenlőség helyett az ún. Leibniz-azonosság teljesül. Ezek tanulmányozása a mai kutatások egyik aktív területe. Több tétel átvihető a Lie-algebrák elméletéből, de nem minden. A Leibniz (ko)homológiát még Loday definiálta, és ennek segítségével kiszámolhatók egy konkrét Leibniz-algebra deformációi is. Ezek között lehetnek olyan infinitezimálisak, amelyek valódi deformációt határoznak meg.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, algebrai ismeretek, Lie-algebrák alapjai.

Electrical Lie algebras

Témavezető: Fialowski Alice

It is a new area of associating a Lie group to a Dynkin diagram motivated by operations, arising in the theory of planar networks. So far only the case of the maximal nilpotent subalgebra of $A(2n)$ is studied (Lam, Pylyavsky, Algebra and Number theory 2015), but other cases are not touched yet. I have some related results in infinite dimension and it turns out that deformation may help in understanding electrical Lie algebras. So far deforming the Serre relations is used, which leads to special deformations.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, absztrakt algebra, Lie elmélet elemei.

Mátrixok párhuzamos összege és alkalmazásai

Témavezető: Fialowski Alice

Mátrixok párhuzamos összegét Ericksson vezette be az 50-es években az elektromosságban használt "replusz" művelet általános definiálásával. A párhuzamos összegnek igen sok szép és használható tulajdonsága van, amelyek közül több - maga a definíció is - általánosítható. Kérdés, hogy melyek - és milyen általánosságban - alkalmazhatók pl. az elektromosságban, geodéziában stb.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, Mátrixelmélet, funkcionálanalízis.

Véges csoportok skew-morfizmusai

Témavezető: Kovács István

A tervezett doktori projektben véges csoportok ún. skew-morfizmusait vizsgálánk. Egy G véges csoport skew-morfizmusát definiálta Jajcay és Širáň mint a csoport egy m -ed rendű σ permutációját, amelyre $\sigma(1_G)=1_G$, ahol 1_G a G egységeleme, továbbá megadható egy π függvény a G -ből a $\{0,1,\dots,m-1\}$ halmazba úgy, hogy bármely x és y G -beli elemekre teljesül az $\sigma(xy)=\sigma(x)\sigma^{\pi(x)}(y)$ egyenlőség. Az elsődleges motiváció az ún. szabályos Cayley térképek leírása volt, de utóbb kiderült, hogy a ciklikus csoportok skew-morfizmusai lényeges szerepet játszanak a teljes páros gráf $K_{n,n}$ szabályos beágyazásainál is. Nevezetesen a szabályos beágyazások leírhatóak az n -ed rendű ciklikus csoport bizonyos skew-morfizmusaival. Az utóbbi skew-morfizmusok teljes osztályozása több lépésben történt meg.

A doktori projekt elsődleges célja a ciklikus csoportok összes skew-morfizmusainak osztályozása, ezzel általánosítanánk a fentiekben leírt eredményeket. Amennyiben $n=n_1n_2$ és $(n_1, \varphi(n_2)) = (\varphi(n_1), n_2) = 1$, ahol φ az Euler függvény, akkor az n -ed rendű ciklikus csoportok leírása redukálható az n_1 -ed rendűekére. A fentiekhez hasonlóan az első feladat a prímszámú rendű ciklikus csoportok vizsgálata lenne. Mivel a páratlan prímszámú eset leírása lényegében a kéziratban befejeződött, az első konkrét projekt a 2-hatvány rendű ciklikus csoport összes skew-morfizmusainak meghatározása lenne.

Tervezzük az Ábel-féle csoportok skew-morfizmusainak további vizsgálatát. A páratlan prímszámú rendű ciklikus csoport minden skew-morfizmusa rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy a pályái megegyeznek valamely automorfizmus pályáival. Célunk, hogy leírjuk azokat a véges Ábel-féle csoportokat, amelyek szintén rendelkeznek ezzel a tulajdonsággal.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás.

2-csoportokkal kapcsolatos problémák a gráfelméletben

Témavezető: Kovács István

Véges csoportok G_k osztálya, ahol k rögzített pozitív egész, és egy véges csoport G_k -beli pontosan akkor, ha minden irányítatlan, legfeljebb k -ad fokú Cayley gráfja egész spektrumú. A G_6 osztály pontosan azon csoportokat tartalmazza, amelyeknek mindegyik Cayley gráfja egész spektrumú, más szóval a csoport ún. Cayley egész, amiből következik, hogy $G_k = G_6$ valahányszor $k > 6$. Igazolt, hogy $G_4 = G_5$, leírásra került a G_4 osztály, és G_3 bővebb, mint a G_4 . A definícióból következik, hogy a G_1 tartalmazza az összes véges csoportot, illetve egyszerűen megmutatható, hogy a G_2 pontosan azon csoportokat tartalmazza, amelyeknek minden eleme n -ed rendű, ahol az $n \in \{1, 2, 3, 4, 6\}$ -beli, és amelyekben nincsenek 8-ad és 12-ed rendű dieder csoportok. A G_3 osztály az egyetlen nem meghatározott osztály. Tervezzük a G_3 -beli 2-csoportok további vizsgálatát. Egy 2-csoport G_3 -beli pontosan akkor, ha exponense 4 és minden involúciója centrális. Ez ekvivalens azzal, hogy egy 4 exponensű 2-csoport, amelynek minimális nem Ábel-féle részcsoportja izomorf vagy a kvaternió, vagy egy 16-os rendű metaciklikus, vagy egy 32-ed rendű nem metaciklikus csoporttal.

A G_3 -beli 2-csoportok felbukkannak az ún. FIF csoportok elméletében is. Azt mondjuk, hogy egy csoport FIF (used or inverse fused), ha tetszőleges két azonos rendű elemeihez található csoport automorfizmus, amely az egyik elemet a másikba vagy annak inverzébe viszi

át. Ha egy G 2-csoport FIF, akkor rendelkezik a következő tulajdonságokkal: $Z(G)=G'=\Phi(G)=(Z_2)^k$, ahol $k \geq 2$; minden involúció centrális; és G/G' rendje 2^k vagy 2^{2k} . Következik, hogy ekkor G meta Ábel-féle és 4 exponensű, így pedig G_3 -beli. Májig nem ismert azonban, hogy a fenti tulajdonságokkal rendelkező 2-csoportok közül melyiknek lesznek valóban FIF csoportok. Tervezzük ennek a problémának a vizsgálatát is. Megjegyezzük, hogy a FIF csoportok rendelkeznek gráfelméleti interpretációval, nevezetesen fontos szerepet játszanak az ún. BCI-gráfok és a BCI-csoportok elméletében.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás.

Waveletek approximációs tulajdonságai és alkalmazások.

Témavezető: Pap Margit

Waveletek approximációs tulajdonságai. Speciális waveletek szerkesztése és alkalmazásai. Analitikus waveletek approximációs tulajdonságainak vizsgálata. Az approximációs eljárások numerikus elemzése és alkalmazásai.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, harmonikus és komplex analízis ismeretek, approximációelmélet, algebrai ismeretek, csoportreprezentációk, MAPLE és programozási ismeretek.

Speciális voice-transzformáltak és a Töplitz operátorok közti kapcsolat.

Témavezető: Pap Margit

A voice transzformált az affin wavelet és a Gábor transzformált közös általánosítása. Más speciális voice transzformáltakat is vizsgáltak és ezek segítségével fontos elméleti eredményeket igazoltak. Az alkalmazások szempontjából is fontosak e transzformáltak. A Blaschke csoport voice transzformáltjainak és a Töplitz operátorok közti kapcsolat vizsgálata a feladat.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, harmonikus analízis, komplex analízis, operátorelmélet, csoportreprezentációk.

Számelméleti függvények

Témavezető: Tóth László

Egy- és többváltozós számelméleti függvények, multiplikatív és additív függvények. Általánosított konvolúciók. Számelméleti függvények középértékének, extrémális nagyságrendjének, normális nagyságrendjének a vizsgálata. Kongruenciák

megoldásszámának a vizsgálata. Kombinatorikai és csoportelméleti alkalmazások. Véges Abel-csoportok részcsoportjainak a reprezentációja és a részcsoportok száma.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, számelméleti, matematikai analízisbeli és kombinatorikai ismeretek, alapvető ismeretek a matematika más diszciplínáiból, programozási ismeretek.

A diszkrét Fourier analízis alkalmazásai

Témavezető: Tóth László

A diszkrét Fourier transzformált tulajdonságai és alkalmazásai. Számelméleti és kombinatorikai alkalmazások. Kongruenciák megoldásszámának vizsgálata. Páros függvények modulo n . Ramanujan-összegek, Dedekind-összegek, Hardy-összegek.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, számelméleti, matematikai analízisbeli és kombinatorikai ismeretek, alapvető ismeretek a matematika más diszciplínáiból, programozási ismeretek.

Alulról félig folytonos és folytonos funkcionálok kritikus pontjainak lokalizálása

Témavezető: Varga Csaba

A kvázi-linearis differenciálegyenletek megoldásainak létezését különböző módszerekkel tanulmányozzák. Mint a monoton operátorok elmélete illetve a fokszámelmélet segítségével és nemlétezési eredményeket a Pucci-Serrin típusú azonoságok segítségével. Az 1990-es évek elején több matematikus foglalkozott a folytonos funkcionálok kritikus pontjainak az elméletével. A legalkalmazhatóbb elméletnek a kvázi-linearis differenciálegyenletek megoldásainak létezésének a tanulmányozásában az M. Degiovanni, M. Marzocchi, A critical point theory for nonsmooth functionals, Ann. Mat. Pura Appl. 167 (1994) 73–100 dolgozata bizonyult. Egy nagyon jó könyv, amely ezeket az eredményeket összefoglalja, Marco Squassina, Existence, Multiplicity, Perturbation, and Concentration Results for a Class of Quasi-Linear Elliptic Problems, Electronic Journal of Differential Equations, Monograph, 2006, ISSN:1073-6691. A 90-es évek elején Martin Schechter kidolgozta a kritikus pontok elméletét korlátos tartományokra, Ezen eredmények egy nagyon szép összefoglalója a Schechter, Linking Methods in Critical Point Theory, Birkhäuser, Boston, 1999 könyvében található. Célunk, hogy a Schechter típusú eredményeket kiterjesszük folytonos és alulról félig folytonos funkcionálokra.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, elemi funkcionálanalízis, Szoboljev terek elemei, kritikus pontok elmélete.

Szimmetrizációs módszerek alkalmazása létezési tételek bizonyításában

Témavezető: Varga Csaba

A téma folytatása a “Szimmetrizálások és alkalmazásai” előadásnak. Az utóbbi években több tudományos dolgozat jelent meg magas szintű tudományos, folyóiratokban, ahol egy Banach tér egy zárt részhalmazán minimalizálnak egy funkcionált. Konkrét esetben az euklidészi teren értelmezett Szoboljev terek bizonyos részhalmazain minimalizálunk funkcionálokat, amelyek parciális differenciálegyenletek megoldásai lesznek, ha alkalmazzuk a Lagrange- multiplikátorokat. A minimum pontok rendelkeznek bizonyos szimmetria tulajdonságokkal.

Célunk kiterjeszteni az irodalomban levő eredményeket olyan esetekre, amikor a Szoboljev teret egy Minkowski vagy Riemann illetve egy általános Finsler tér felett értelmezzük. Ekkor a minimalizáló függvények rendelkezni fognak bizonyos szimmetria tulajdonságokkal, amelyek kapcsolatban vannak az alaptér izometria csoportjával.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, elemi funkcionálanalízis, Szoboljev terek elemei, kritikus pontok elmélete, Riemann geometria, Lebesgue mértékelmélet.

Számítástudományok (Szabó Sándor)

algoritmus- és kódelmélet, logika, modellek

Adatbányászat

Témavezető: Gimesi László

Napjainkra az informatika és alkalmazásainak fejlődése lehetővé tette, hogy óriási mennyiségű adatot halmozzunk fel különböző adatbázisokban. A világ adatmennyisége exponenciálisan nő, egyes források szerint a felhalmozott adatmennyiség évente, másfél évente megduplázódik. Már ma is rendelkezünk az adatok gyűjtéséhez és tárolásához alkalmas szoftver és hardver eszközökkel, de azok elemzésére, kiértékelésére még kevés a jól használható módszer. Az informatikai kutatások egyik célja, hogy az egyre duzzadó adathalmazokból a lehető legtöbb információt lehessen kinyerni.

A kutatás célja egy tetszőleges (lehetőleg hosszú idősor) adatbázisokból rejtett információkat, összefüggéseket kinyerése, amelyek a gyakorlati életben és a különböző kutatási területeken is jól hasznosíthatók.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, alapvető matematikai, statisztikai, adatbázis és programozási ismeretek.

Adatvizualizáció

Témavezető: Gimesi László

Mivel az emberi gondolkodáshoz közelebb áll a képi megjelenítés, ezért a számítási eredmények elemzésében segítséget jelent, ha adatainkat könnyebben értelmezhető formában, grafikusán ábrázoljuk. Ennek érdekében a cél egy olyan vizualizációs módszer kidolgozása, amely segítségével az adatokat, eredményeket szemléletes módon tudjuk bemutatni. Ezek lehetnek például olyan háromdimenziós idősor-ábrák, ahol együtt vizsgálható a hosszú távú és a szezonális változás.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, alapvető matematikai, számítógépes grafika és programozási ismeretek.

Esettanulmányok a kvantum dinamikus entrópia tárgyköréből

Témavezető: Koniorczyk Mátyás

A jelforrások klasszikus információelméleti leírásában jól megértett kérdés az egyes információ források információ előállítási rátájának kvantitatív leírása entropikus

mennyiségekkel. A kvantum információ források esetében a megfelelő mennyiség, a dinamikus entrópia többféleképpen is definiálható, annak műveleti jelentése azonban egyelőre nem tisztázott. A kutatás célja a különféle dinamikus entrópiák vizsgálata diszkrét idejű modell rendszerekben (pl. kvantum bolyongás, iterált teljesen pozitív leképezések), és ezen keresztül a viselkedés és a műveleti jelentés megismerése. Ez mind az információ kvantumelmélete, valamint számos fizikai jelenség információelméleti értelmezése szempontjából releváns.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás,

Optimális kvantuminformáció feldolgozás

Témavezető: Koniorczyk Mátyás

A kvantum információ feldolgozás számos feladata vezet optimalizálható feladatokra. Ismert, hogy például nem megvalósítható, de az algoritmus számára szükséges műveleteket célszerű konvex optimalizálással (szemidefinit programozás) tervezni, a kvantum rendszerbe kódolt információ optimális kinyerése is sok esetben ilyen jellegű optimalizációs feladat. A kutatás célja az irodalomból ismerteken kívül további feladatok megoldása elsősorban konvex vagy nem konvex numerikus megoldási módszerekkel.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás,

Csoportok direkt felbontása részhalmazok szorzatára

Témavezető: Szabó Sándor

Periodikus, teljes rangú faktorizációk, Z -faktorizációk. Konstrukciók, karakterizációs eredmények. Hajós és Rédei tételének általánosításai. Faktorizációk alkalmazásai, kódelméletben, geometriában, kombinatorikában, számelméletben, kriptográfiában.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, matematikai és programozási ismeretek.

Többdimenziós kitöltések

Témavezető: Szabó Sándor

Többdimenziós kitöltések, pakolások fedések (k,n) -keresztekkel, (k,n) -félkeresztekkel, Lee gömbökkel. Létezés, becslések fedés és kitöltés sűrűségére. Kapcsolat rácsszerű nem rácsszerű, egész nem egész, racionális kitöltések között.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, matematikai és programozási ismeretek.

NP-teljes problémák egzakt és közelítő megoldása

Témavezető: Szabó Sándor

Gyakorlatban használható algoritmusok NP-teljes problémák egzakt és közelítő megoldására nagyteljesítményű számítógépes környezetben. Ezek műszaki gazdasági, alkalmazásai. Alkalmazások az operációkutatásban, adatbányászatban, genetikában.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, matematikai és programozási ismeretek.

Numerikus eljárás fejlesztése a légekori folyamatokat leíró parciális differenciálegyenlet-rendszer megoldására

Témavezető: Geresdi István

A légekori folyamatokat leíró differenciálegyenlet-rendszer egy erősen csatolt, nemlineáris rendszer. Az egyenletrendszert csak numerikusan lehet megoldani. Nagyon fontos, hogy ezek a megoldások stabilak és pozitív definiték legyenek. A kutatás első fázisában tanulmányozni kell az az eddig kifejlesztett eljárásokról szóló irodalmat. A kutatás második fázisában hatékony eljárást kell kidolgozni a mikrofizikai folyamatokat leíró egyenletek megoldására.

Radar adatok adatasszimilációja a mezoskálájú meteorológiai modellek kezdeti feltételeinek meghatározásához

Témavezető: Geresdi István

A meteorológia modellek alkalmazhatósága szempontjából döntőfontosságú, hogy milyen pontosan tudjuk meghatározni a kezdeti feltételeket. A néhány órára szóló, ultrarövid távú előrejelzések esetén nagyon fontos, hogy a felhőzet jellemzőit leíró radar adatokat is figyelembe vegyük a kezdeti értékek meghatározására. Noha számos próbálkozás történt ezen a területen, széles körben elfogadott, megbízható eljárást még nem sikerült kidolgozni. A kutatás célja egy, olyan eljárás kidolgozása, amelynek során egy egydimenziós, stacionárius felhőmodellt alkalmazva tesszük pontosabbá a radar adatok asszimilációját.

Matematikai eljárások kidolgozása in vivo elektrofiziológiai és elektroanalitikai vizsgálatokhoz

Témavezető: Hernádi István

A kutatási téma elsődleges célja olyan megbízható elektrofiziológiai és elektroanalitikai módszertan és statisztikai analízis kidolgozása, ami lehetővé teszi az előagyi monoaminszintek gyors, dinamikus változásának és az idegsejtek lokális aktivitásának együttes vizsgálatát in vivo körülmények között patkány agyban. Technikai megközelítés: extracelluláris egységjelvezetés, mikroiontoforézis, ciklikus voltammetria, adatsorok elemzése Matlab környezetben, statisztikai modellillesztés.

Kognitív folyamatok pszichofiziológiai korrelátumainak matematikai elemzése az emberi agyban – dinamikus konnektomikai kapcsolatok feltárása.

Témavezető: Hernádi István.

A kutatási téma elsődleges célja az ún. humánspecifikus idegi tevékenységek, mint percepció, ill. döntési folyamatok idegéletteni vizsgálatához matematikai elemző eljárások kidolgozása. Technikai megközelítés: elektroencefalográfia (EEG), mágneses rezonancia képalkotás (fMRI) és magatartás együttes értelmezése, adatsorok elemzése Matlab környezetben, statisztikai modellillesztés (pl. dynamic causal modelling, DCM) kidolgozása.

Szubstrukturális logikák vizsgálata

Témavezető: Jenei Sándor

A szubstrukturális logikák elmélete közös matematikai ernyő alá von korábban sporadikus, eltérő motivációjú, elszigetelt csoportok által kutatott nem-klasszikus logikákat. Ilyenek például a klasszikus logika, az intuicionista logika, a többértékű logikák, a matematika fuzzy logikák, a Lambek kalkulus, a lineáris logika, a releváns logika és ezek nem-kommutatív változatai.

A kutatás a szubstrukturális logikák logikai vizsgálatát célozza. Ilyenek például az axiomatizációk megadása egyes reziduált háló osztályokhoz, interpolációs problémák, stb. A reziduált félcsoportok területén elért eredmények gyakran kiindulópontjai szubstrukturális logikákkal kapcsolatos logikai problémák megoldásának is; ilyen jellegű kérdések kutatása is e témakörbe tartoznak.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, algebrai, topológiai és logikai ismeretek, valamint alapvető ismeretek a matematika más diszciplínáiból.

Reziduált félcsoporthoz szükséges ismeretek

Témavezető: Jenei Sándor

A reziduált leképezések szoros kapcsolatban állnak a Galois kapcsolatokkal valamint a lezárás operátorokkal. Manapság a substrukturális logikákkal való szoros kapcsolatuk miatt különös fontosságot nyertek a 30-as években az egységelemes gyűrűk ideálméletének algebrai vizsgálatára bevezetett n -re reziduált hálók, általánosabban, a reziduált félcsoporthoz. Reziduált félcsoporthoz a teljesség igénye nélkül a Boole-algebrák, a Heyting algebrák, a komplementumos félcsoporthoz, a „brick”-ek, a reziduált grupoidok, a szemiklánok, a Bezou monoidok, az MV-algebrák, a BL-algebrák, az FL-algebrák, a balról-folytonos t-normák és a hálórendezett félcsoporthoz. A reziduált műveletek algebrai vizsgálatát a magyar vonatkozásokat tekintve Fuchs Lászlóig nyúlik vissza.

A kutatás a reziduált félcsoporthoz egyes alosztályainak, varietánsainak algebrai vizsgálatát célozza. Osztályozási és struktúra tételek, amalgamáció, teljességi tételek stb.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, algebrai, topológiai és logikai ismeretek, valamint alapvető ismeretek a matematika más diszciplínáiból.

Az emberi mozgás szabályozásának és biomechanikájának kutatása

Témavezető: Laczkó József

Az emberi végtagmozgások végrehajtásához szükséges illetve lehetséges mozgás-szabályozási algoritmusok és szenzori-motoros transzformációk kutatása matematikai módszerekkel. Kinematikai, dinamikai és bioelektromos (izom-aktivitási) adatok alapján az ismételt végrehajtott mozgások varianciájának és stabilitásának vizsgálata. Annak kutatása matematikai módszerekkel, hogy egy mozgási feladat végtelen sok lehetséges megoldása közül, milyen megoldás-halmazokból kerülnek ki a természetes végtagmozgások, milyen trajektóriákon mozognak a testrészek. Ezeket a megoldásokat hogyan lehet implementálni mesterséges mozgásoknál, pl. művégtagok, robotok mozgásának szabályozásánál.

A biológiai (idegrendszeri) mozgás-szabályozás matematikai modellezése és szabályozási elvek vizsgálata olyan biorobotikai alkalmazásokban, mint ember-gép, agy-gép, test-gép kapcsolat és orvosi mozgás-rehabilitáció. Egy mozgási feladat (pl. egy tárgy elérése a karral háromdimenziós térben) megoldásai sok-dimenziós, szenzoros és motoros, „biológiai”

koordináta-rendszerekben reprezentálандók. Milyen optimalizálási feltételeknek, determinisztikus, statisztikai és dimenzió redukciós elveknek felel meg az egészséges vagy sérült idegrendszer mozgás-szabályozás a mozgási feladatok megoldásakor?

Ember-gép kapcsolat: Idegrendszeri eredetű mozgás-rendellenességgel élő emberek és gépi rendszerek (számítógép vagy mozgást segítő eszközök) közötti interakció szabályozása. Biológiai mozgástanulási és újra-tanulási folyamatok, algoritmusok felderítése, matematikai és informatikai módszerekkel, eszközökkel.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás.

Alkalmazott matematika (Iványi Péter)

numerikus eljárások, mérnöktudományok, gazdasági matematika

Hiba terjedés és kezelése párhuzamos rendszerekben

Témavezető: Iványi Péter

Az egyre nagyobb méretű párhuzamos rendszerekben statisztikai alapon is egyre valószínűbb az egyes komponensek, pl. CPU vagy memória, meghibásodása hiszen a petascale méretű rendszereknél már 10000 számítási core-al, illetve GPU-k esetén is több ezer core-al számolhatunk. A számítások során a memóriában is felléphetnek különböző korrupciós hibák. A téma keretében olyan módszereket kell kidolgozni, amelyek képesek figyelembe venni ezeket a hibákat és a hibák ellenére is a helyes eredményt tudják produkálni.

Ajánlott irodalom:

1. David A. Bader: Petascale Computing: Algorithms and Applications, CRC Press, 2007

Gazdasági folyamatok elemzése a folytonos logika speciális osztályának felhasználásával

Témavezető: Dombi József

A gazdasági elemző eszközök egyrészt matematikai és közgazdaságtan formalizálásával kezelhetők másrészt, természetes nyelvű információk alapján történő leírással kezelhetők. Az utóbbinál a folyamatok közötti összefüggések leírása segít a modellezésben. A két megközelítés között a folytonos logika segítségével közös platformra hozhatóak. A természetes nyelvű mondatok, amelyek mennyiségekre vonatkoznak, matematikai formalizmussal lesznek kezelhetőek.

A téma kidolgozásához szükséges a nemzetközi irodalom áttekintése, másrészt a fuzzy elmélet segítségével a szoft egyenlőtlenségek vizsgálata.

A jelölt vizsgálja meg a különböző algoritmusok hatékonyságát, dolgozzon ki hatékony eljárást és tesztelje le szimulációs eljárásokkal annak alkalmazhatóságát. Határozza meg az algoritmus alkalmazhatóságának feltételét, korlátait.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, programozásban való jártasság, fuzzy elméletben való jártasság, különös tekintettel az operátorok struktúrájára.

Nemteljes információs játékok

Témavezető: Pintér Miklós

A nemteljes információs játékok olyan szituációk modellezésével foglalkoznak, ahol a játékosok legyalább egyike nem rendelkezik teljes körű ismerettel a szituációról. A nemteljes információs játékok fontos közgazdasági alkalmazásokhoz vezetnek, pl. aukcióelmélet, ill. a funkcionálanalízis, mértékelmélet és a valószínűségszámítás eszköztárát intenzíven használják.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, valószínűségszámítás funkcionálanalízis.

Játékok pontatlan valószínűségek esetén

Témavezető: Pintér Miklós

A döntésemélet Bayesi megközelítése szerint egy szereplő bizonytalan információja valószínűségeloszlással leírható. Ez a valószínűségeloszlás a szereplő szubjektív vélekedése. Az Ellsberg-paradoxon (Ellsberg, 1961) szerint a Bayesi megközelítés számos esetben nem kielégítő, általánosabb modellre van szükség. Schmeidler modelljében (Schmeidler, 1989) egy szereplő szubjektív vélekedése egy nem additív valószínűséggel adott (capacity). Ennek a megközelítésnek egy interpretációja a többes prior modell (multiple priors, Gilboa, I. and D. Schmeidler, (1989)). A többes prior interpretáció szerint a nem additív valószínűség valójában több lehetséges additív (Bayesi) vélekedés tömörített formája.

A nem kooperatív játékelmélet két legfontosabb megoldáskonceptiója a Nash-egyensúly (Nash, 1950,1951) és a racionalizálhatóság (Bernheim (1984) és Pearce (1984)). A kutatás fő célja ennek a két megoldáskonceptiónak a vizsgálata (létezés, unicitás, stb.) nem additív (nem Bayesi) vélekedésű játékosok esetén.

Ajánlott irodalom:

1. Bernheim, D.: "Rationalizable Strategic Behavior". *Econometrica* 52: 1007-1028. 1984,
2. Ellsberg, D.: "Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms". *Quarterly Journal of Economics* 75 (4): 643–669. 1961,
3. Gilboa, I. és D. Schmeidler: "Maxmin expected utility with non-unique prior". *Journal of Mathematical Economics* 18 (2): 141–153. 1989,
4. Nash, J. : "Equilibrium points in n-person games" *Proceedings of the National Academy of Sciences* 36(1): 48-49. 1950,
5. Nash, J. : "Non-Cooperative Games" *The Annals of Mathematics* 54(2):286-295. 1951,
6. Pearce, D.: "Rationalizable Strategic Behavior and the Problem of Perfection". *Econometrica* 52: 1029-1050. 1984,

- Schmeidler, D.: "Subjective Probability and Expected Utility without Additivity". *Econometrica* 57 (3): 571–587. 1989.

Kooperatív játékok

Témavezető: Pintér Miklós

A kooperatív játékok olyan szituációk modellezésére alkalmasak ahol a játékosok csoportjairól (koalíciók) rendelkezünk információval. A kooperatív játékok nagyon szorosan kötődnek az operációkutatáshoz, és számos közgazdasági, orvosi stb. alkalmazással bírnak.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, lineáris algebra.

Játékok pontatlan valószínűségek esetén

Témavezető: Pintér Miklós

A döntéelmélet Bayesi megközelítése szerint egy szereplő bizonytalan információja valószínűségeloszlással leírható. Ez a valószínűségeloszlás a szereplő szubjektív vélekedése. Az Ellsberg-paradoxon (Ellsberg, 1961) szerint a Bayesi megközelítés számos esetben nem kielégítő, általánosabb modellre van szükség. Schmeidler modelljében (Schmeidler, 1989) egy szereplő szubjektív vélekedése egy nem additív valószínűséggel adott (capacity). Ennek a megközelítésnek egy interpretációja a többes prior modell (multiple priors, Gilboa, I. and D. Schmeidler, (1989)). A többes prior interpretáció szerint a nem additív valószínűség valójában több lehetséges additív (Bayesi) vélekedés tömörített formája.

A nem kooperatív játékelmélet két legfontosabb megoldáskonceptiója a Nash-egyensúly (Nash, 1950,1951) és a racionalizálhatóság (Bernheim (1984) és Pearce (1984)). A kutatás fő célja ennek a két megoldáskonceptiónak a vizsgálata (létezés, unicitás, stb.) nem additív (nem Bayesi) vélekedésű játékosok esetén.

Ajánlott irodalom:

- Bernheim, D. : "Rationalizable Strategic Behavior". *Econometrica* 52: 1007-1028. 1984,
- Ellsberg, D.: "Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms". *Quarterly Journal of Economics* 75 (4): 643–669. 1961,
- Gilboa, I. és D. Schmeidler : "Maxmin expected utility with non-unique prior". *Journal of Mathematical Economics* 18 (2): 141–153. 1989,
- Nash, J. : "Equilibrium points in n-person games" *Proceedings of the National Academy of Sciences* 36(1): 48-49. 1950,
- Nash, J. : "Non-Cooperative Games" *The Annals of Mathematics* 54(2):286-295. 1951,
- Pearce, D.: "Rationalizable Strategic Behavior and the Problem of Perfection". *Econometrica* 52: 1029-1050. 1984,
- Schmeidler, D.: "Subjective Probability and Expected Utility without Additivity". *Econometrica* 57 (3): 571–587. 1989.

Döntési modellek összehasonlítása

Témavezető: Szidarovszky Ferenc

Alkalmazzon többcélú optimalizálást, nem-kooperatív és kooperatív játékelméleti, valamint konfliktus feloldási módszereket konkrét alkalmazási modellek esetére és elemezze az eredményeket különös tekintettel a különbségekre és azok okaira. Vegye figyelembe a különböző megoldási koncepciók közötti különbségeket és azok hatását a számszerű eredményekre. Vizsgálja meg a megoldások stabilitását és modellparaméterektől való függését. Tegyen javaslatot arra, hogy melyik megoldási koncepció és módszer a legmegfelelőbb különböző konkrét esetekben.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, játékelmélet, optimalizálási és programozási ismeretek.

Többszemélyes bináris játékok vizsgálata

Témavezető: Szidarovszky Ferenc

Dolgozzon ki matematikai modelleket a különféle típusú bináris játékok esetére a játékosok különféle viselkedési szabályától függően. Adja meg az egyensúlyi egyenleteket és vizsgálja meg az egyensúly létezését és egyértelműségét a különféle esetekben. Végezzen "agent based" szimulációt és hasonlítsa a kapott tapasztalati eredményeket az analitikusan kapott szabályokhoz. Adjon tanácsot arra vonatkozólag, hogy milyen paraméter beállítás szükséges különféle dinamikus viselkedési típusok biztosítására.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, játékelmélet, valószínűségszámítás és statisztika alapjai, legalább egy szimulációs programnyelv ismerete.

Dinamikus gazdasági rendszerek stabilitása

Témavezető: Szidarovszky Ferenc

A termelők közötti verseny leírására általában alkalmazott oligopol modell különböző változatainak dinamikus kiterjesztéseit kell először megfogalmazni mind diszkrét, mind folytonos időskála mellett. Először linearitási feltételek mellett vizsgálja meg a kapott lineáris rendszerek aszimptotikus stabilitását. Vizsgálja meg a nemlineáris kiterjesztések lokális stabilitását linearizálással, majd keressen feltételeket az egyensúly globális stabilitására. Számítógépes szimulációval vizsgálja meg a stabilitási tartomány változását, mint modellparaméterek függvényét.

A téma kidolgozásához szükséges ismeretek: angol nyelvtudás, játékelmélet, differencia és differenciálegyenletek alapjai és stabilitási feltételei, numerikus módszerek differenciálegyenletek megoldására.